

## Impostare il valore corretto di esposizione per la fotografia del cielo profondo

Articolo scritto dal Robin Glover nel forum di SharpCap nel 2017

Traduzione a cura di Fabio Silvi (nov-2020) Rev.0

Ho cercato di mantenere il tono colloquiale tipico della lingua inglese senza curare più di tanto la corretta forma in lingua italiana. Se doveste notare errori o refusi vi prego di segnalarmelo. L'unica aggiunta all'originale sono le tre figure dello Smart Histogram prese dal manuale di SharpCap e una tabellina di calcoli nella pagina finale.



The screenshot shows a forum post on the SharpCap Forums website. The post title is "Picking the correct exposure for Deep Sky". The author is "admin", a Site Admin, and the post was made on Thursday, November 23, 2017, at 9:31 pm. The post content asks for advice on the best exposure length for deep sky imaging, given specific parameters like camera, telescope, light pollution, and available time. The forum interface includes a search bar, navigation links, and a user profile for "admin".

Altri approfondimenti da non perdere assolutamente per una trattazione completa:

- 1) AstroFarsography -- Deep Sky Astrophotography With CMOS Cameras by Dr Robin Glover  
<https://youtu.be/3RH93UvP358>  
In questa conferenza Robin Glover spiega e dimostra che in funzione di alcuni fattori (tra cui l'inquinamento luminoso) :
  - a) Non sono necessarie sub esposizioni molto lunghe se il read noise della camera è basso
  - b) Non è necessario spingere il raffreddamento del sensore poiché nelle moderne camere il thermal noise è molto basso (e quindi trascurabile) anche a temperature intorno allo 0°C
- 2) Choosing the right gain for Deep Sky imaging with CMOS cameras by Dr Robin Glover  
<https://youtu.be/ub1HjvICJ5Y>  
a) a complemento della conferenza in queste slides R. Glover spiega come scegliere il gain.
- 3) Manuale di SharpCap  
<https://docs.sharpcap.co.uk/3.2/Smart Histogram>
- 4) Articolo Originale sul forum di SharpCap  
<https://forums.sharpcap.co.uk/viewtopic.php?f=35&t=456>

L'obiettivo di questo articolo è rispondere a questa domanda:

**Qual è l'impostazione di esposizione migliore per me (con la strumentazione a mia disposizione) quando scatto le immagini del cielo profondo?**

La domanda è in realtà molto più lunga e articolata di così, qualcosa di più simile è:

Dato che sto usando la camera [X] con il telescopio [Y] e che i miei livelli di inquinamento luminoso sono [Z] e che ho un tempo totale a disposizione di [H] ore prima che:

- a) l'alba o le nuvole arrivino
- b) il mio oggetto celeste se ne vada dietro un albero

c) dobbiate andare al lavoro

***quale lunghezza di esposizione dovrei scegliere per le mie sottoesposizioni per avere la migliore qualità possibile nell'immagine integrata finale che sto per produrre?***

Il pericolo qui è che un neofita (o anche un esperto) seguirà il ragionamento secondo cui se sono necessarie lunghe esposizioni per vedere cose deboli, allora esposizioni sempre più lunghe portano a risultati migliori.

Questa visione è perpetuata in una certa misura dalle discussioni sulle sottoesposizioni di 10, 15 o anche 20 minuti utilizzate con guide e montature di alta qualità. Queste tecniche di sottoesposizioni estremamente lunghe producono buoni risultati (a condizione che la montatura e la guida si comportino bene), ma come vedremo **non sono sempre l'unico modo per ottenere buoni risultati con l'imaging del cielo profondo**.

In molte condizioni scopriremo che si applica una legge **dei miglioramenti decrescenti** all'aumentare della lunghezza di esposizione, il che significa che esposizioni eccezionalmente lunghe non danno davvero alcun miglioramento nella qualità dell'immagine finale rispetto ai risultati che possono essere ottenuti dividendo lo stesso tempo di esposizione totale in più sottoesposizioni più brevi, poiché le lunghe esposizioni hanno inconvenienti propri: requisiti di guida, hot pixel, tracce di satelliti, meteoriti e aerei, ecc.,

La chiave è ovviamente trovare il **punto ottimale** in cui diminuiscono i miglioramenti dell'esposizione crescente e scegliere quel punto come il nostro tempo di esposizione. Alla fine di questo articolo vedremo come e perché si verifica questa diminuzione dei rendimenti e come è possibile trovare l'esposizione esatta necessaria per raggiungere il punto ottimale utilizzando la funzionalità Istogramma intelligente in SharpCap.

## The Smart Histogram Brain Window

The 'Brain' window looks quite complicated, but if you follow it from top to bottom it should not be too hard to use.

Smart Histogram

Sky Brightness

**Smart Histogram needs to measure your sky brightness level to calculate optimal settings.**

- Point to a dark area of sky.
- Alternatively, select a dark section of the field of view.
- Be aware that your camera settings will be changed.

or use a value of  e<sup>-</sup>/pixel/s

Options

Min Exposure:  Read Noise Limit:  Aim For:

Max Exposure:  Total Stacking Time:

Results

Sky Brightness **5.00 e<sup>-</sup>/pixel/s** Optimal Exposure **9.4s**

Optimal Gain **398** Number of Exposures **383**

Actual Gain (e<sup>-</sup>/ADU) **1.00** Optimal Black Level **0**

Optimal Exposures | Relative Stack Dynamic Range | Detection Threshold Simulation | Sensor Data

Exposure (s)

Gain

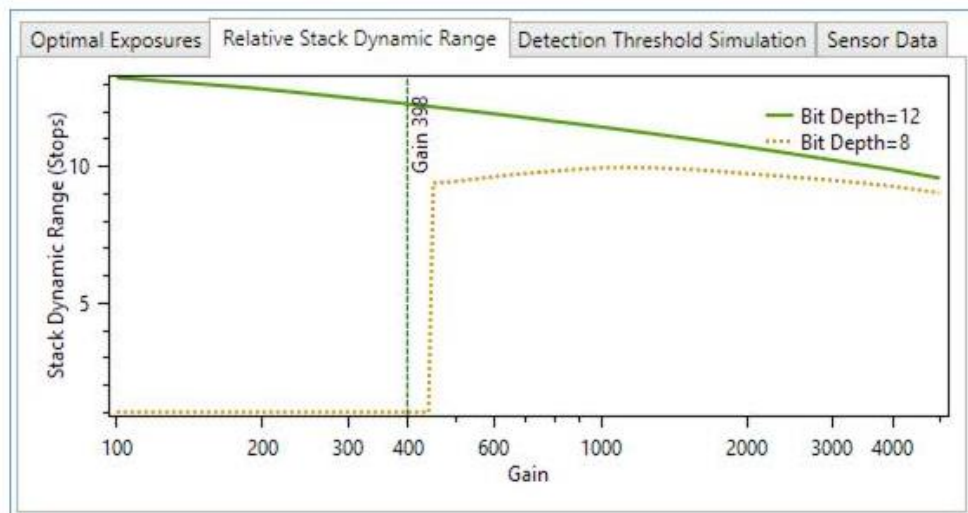
Minimum exposure for optimal faint object sensitivity

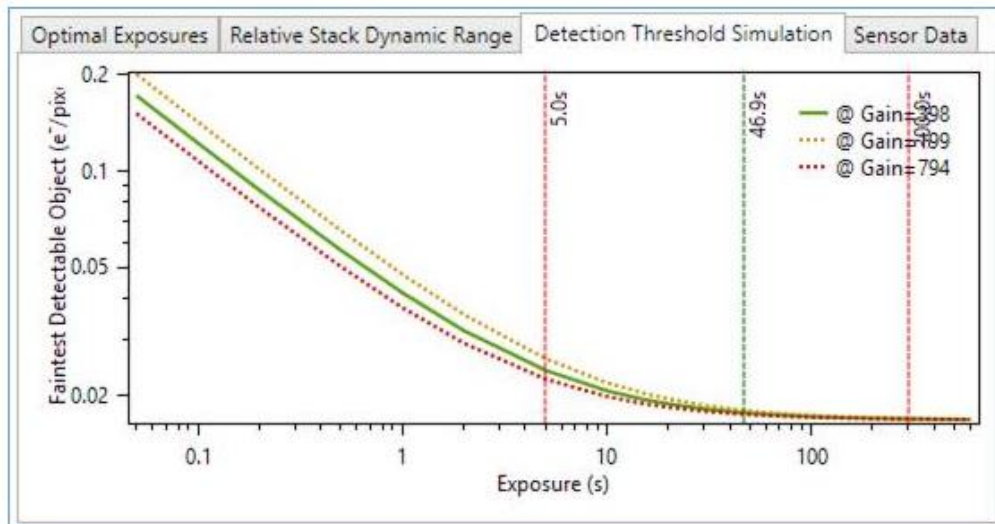
Gain=398

9.4s

5

100 200 300 400 600 1000 2000 3000 4000





Per iniziare, dobbiamo esaminare le cause del "rumore" in un'immagine digitale e come ciò influisca sui deboli dettagli che speriamo di vedere.

### Rumore (Noise) e Segnale di fondo (Background)

Il problema con la parola "rumore" (e il motivo per cui la uso tra virgolette) è che viene utilizzata per coprire due concetti diversi nell'imaging che dovrebbero avere nomi diversi: questi concetti sono

- a) **Rumore casuale (Random Noise):** significa variazioni casuali tra i valori dei pixel in un singolo fotogramma (o tra il valore in un singolo pixel nei fotogrammi sequenziali). Queste variazioni casuali si verificano anche quando si scattano immagini (ad esempio) di una superficie grigia perfettamente illuminata: non tutti i pixel avranno il valore del 50%, alcuni saranno del 49%, alcuni del 51%, alcuni del 48% e del 52%. Torneremo tra un minuto alle cause di queste variazioni.
- b) **Segnale di sottofondo o di fondo (Background Signal):** questo significa segnale extra che viene aggiunto all'immagine rispetto alla informazione che si desidera veramente. Le informazioni che vuoi veramente sono immagini di galassie, nebulose, ecc. Il segnale di fondo proviene principalmente dal cielo (sky glow) e da uno sfondo termico causato dalla temperatura del sensore della camera (detto rumore termico=Thermal Noise). Non ci riferiremo a nessuno di questi effetti come rumore qui per evitare confusione, ma risulta che entrambi possono portare a rumore casuale e questo risulta essere fondamentale per capire quale esposizione scegliere.

## Parte 2 – Rumore casuale (Random Noise)

Parliamo un momento di come funziona un sensore di immagini digitali ...

I fotoni (che sono stati raccolti dal telescopio o dall'obiettivo della camera) colpiscono uno dei pixel sul sensore e ogni fotone che colpisce il sensore ha la possibilità di essere rilevato. Essere rilevato significa che il fotone è riuscito a trasferire un elettrone nel pozzetto di carica nel pixel ed è il numero di questi elettroni raccolti in ogni pixel che alla fine viene trasformato nell'immagine che vediamo. La possibilità che un fotone venga rilevato è chiamata efficienza quantica del sensore e per i sensori della camera moderna può essere del 40-50% o anche superiore. La pellicola fotografica tradizionale rilevava solo una piccola percentuale dei fotoni che cadevano su di essa e per di più diminuiva con l'aumentare del tempo di esposizione (difetto di reciprocità), il che spiega perché l'imaging digitale abbia trasformato così tanto l'astrofotografia!

Solo per completare il quadro di come otteniamo l'immagine dalla nostra camera, una volta terminata l'esposizione, la camera misura il numero di elettroni generati da ciascun pixel, prima come tensione e poi, utilizzando un convertitore analogico-digitale (ADC) come numero. A seconda del sensore e della sua configurazione, il numero finale (misurato in ADU) potrebbe essere compreso tra 0..255 (8 bit), 0..4095 (12 bit) o 0..65535 (16 bit) o anche altri possibili intervalli.

Quindi, immaginiamo un sensore per camera abbastanza tipico (un CMOS o un CCD) e un telescopio per immagini abbastanza tipico, forse un rifrattore ED o simile che useremo insieme per l'imaging del cielo profondo.

Ora, mettiamo il nostro sensore immaginario della camera su un telescopio immaginario e puntiamolo su un immaginario M31.

Pensiamo a un pixel in particolare sul nostro sensore, forse è quello che raccoglie la luce da uno dei bracci a spirale della galassia, supponiamo che in media 10 fotoni al secondo (flusso) da M31 colpiscano quel particolare pixel sul sensore. Se il nostro sensore ha un'efficienza quantica tipica del 50%, quel pixel aggiungerà una media di 5 elettroni al secondo durante la durata dell'esposizione.

Se prendessimo un'esposizione di 10 secondi, ci aspetteremmo di raccogliere circa 50 elettroni, un'esposizione di 20 secondi circa 100 e **un'esposizione di 60 secondi circa 300 elettroni**.

La cosa fondamentale qui è che il nostro pixel non raccoglierà 300 elettroni ogni volta che facciamo un'esposizione di 60 secondi - a volte ne raccoglierà di più, a volte di meno perché il flusso di 10 fotoni al secondo è solo una media. È come lanciare una moneta: in media se lanci una moneta 10 volte ottieni cinque teste, ma non ottieni cinque teste \* ogni \* volta che esegui 10 lanci di moneta. Questo tipo di rumore, causato da variazioni casuali nel numero di elettroni rilevati per i pixel illuminati con la stessa intensità, è spesso chiamato **Shot Noise**.

Ora, risulta che la parte casuale del numero di elettroni (cioè di quanto è probabile che sia superiore o inferiore al valore medio) può essere modellata da una distribuzione di probabilità abbastanza semplice e ben nota chiamata distribuzione di Poisson. Puoi leggere l'intero articolo di wikipedia se vuoi, ma il fatto fondamentale che dobbiamo sapere è che la dimensione della variazione casuale è uguale alla radice quadrata del numero di elettroni, cioè:

$$\sigma_e = \sqrt{n_e}$$

$n_e$  è il numero di elettroni raccolti dal pixel

$\sigma_e$  è la deviazione standard del numero di elettroni attesi tra i pixel tutti esposti alla stessa intensità luminosa.

Per fare un esempio concreto, nel nostro caso di esposizione di 60s ci aspetteremmo che il numero di elettroni sia 300, quindi la deviazione standard sarà la radice quadrata di 300, o circa 17. Ciò significa che se avessimo molti pixel tutti a parità di intensità luminosa che cade su di essi, ci aspetteremmo che circa il 68% di quei pixel abbia valori compresi tra 283 e 317 (entro 1 deviazione standard della media), circa il 95% di essi sia compreso tra 266 e 334 (entro due standard deviazioni) e quasi tutti (99,7%) entro 3 deviazioni standard tra 249 e 351.

Quindi, ora capiamo da dove proviene il rumore casuale nelle immagini e probabilmente lo abbiamo visto tutti come macchioline particolarmente visibili nelle parti più deboli di un'immagine. Prima di andare avanti, dobbiamo vedere come quel rumore casuale limiti la nostra capacità di vedere i dettagli deboli nelle nostre immagini.

Tornando alla nostra camera immaginaria ...

Abbiamo iniziato considerando un'area in cui i pixel ricevevano una media un flusso di 10 fotoni al secondo, quindi con un valore medio di 300 fotoni in 60 secondi, ma con rumore casuale, il che significa che i valori in realtà erano compresi tra 266 e 334 (2 volte sigma) e oltre. Ora pensiamo a una regione diversa del braccio a spirale nelle vicinanze che è un po' più debole, diciamo più debole del 10%. Ciò porterebbe a un flusso di 9 fotoni per pixel al secondo in media e quindi a una media di 270 fotoni in un'esposizione di 60 secondi con una deviazione standard di circa 16, quindi un intervallo tipico (2 volte sigma =95%) da 238 a 302.

Si può vedere il tipo di rumore che deriverebbe da queste situazioni nelle immagini sottostanti - mentre non è troppo difficile vedere le differenze tra loro quando le immagini sono di 100 pixel su un lato ciascuna, se la variazione di luminosità fosse parte di dettagli fini di un'immagine sarebbe molto facile che sparisse completamente a causa del livello di rumore.



50% gray\_noise.png



45% gray\_noise.png

Ok, per ora basta sul rumore casuale (o almeno sullo shot noise). Nella parte successiva vedremo come nasce il segnale di fondo e come peggiora ulteriormente il rumore dello scatto. Dopodiché considereremo l'altra fonte di rumore casuale: read noise (rumore di lettura).

### Parte 3 - Segnale di sottofondo (Background Signal)

Abbiamo già accennato al fatto che esistono due sorgenti principali di segnale di fondo (ovvero sorgenti di elettroni rilevati che non provengono dagli oggetti celesti che speriamo di visualizzare). Quelle fonti sono

- 1) Inquinamento Luminoso (Light Pollution Background)
- 2) Fondo termico (Thermal Background) detto anche "Rumore termico" o "Thermal Noise"

Quello dell'inquinamento luminoso è abbastanza semplice da capire: la luce in eccesso proveniente dall'illuminazione stradale, dalle luci di sicurezza, dalla luna, ecc. È diffusa dall'atmosfera e alcuni di quei fotoni extra finiscono per scendere dal nostro telescopio e colpire il nostro sensore. Non c'è niente di speciale o di diverso in questi fotoni (a parte il fatto che non li vogliamo). Quando colpiscono i pixel nel sensore di immagine hanno la possibilità di generare un elettrone che è dato dall'efficienza quantica della camera, proprio come qualsiasi altro fotone.

Il fondo termico (thermal noise) invece proviene dagli elettroni generati dal calore nel sensore della camera invece che dai fotoni. Tutti gli atomi nel sensore vibrano e talvolta quelle vibrazioni possono caricare un elettrone nel "pozzetto" di misurazione proprio come fa un fotone.

Ora, una volta che questi elettroni di fondo sono stati generati, non importa da quale fonte provengano: è impossibile distinguere un elettrone generato da vibrazioni termiche da uno generato dal bagliore del cielo da un altro generato da un fotone che ha speso alcuni milioni di anni di viaggio da M31 ...

Tutti quegli elettroni vengono raccolti dal pixel e misurati alla fine dell'esposizione per dare un valore ADU per quel pixel.

Quindi, proprio come il nostro pixel immaginario nell'ultima parte riceveva 10 fotoni al secondo da M31, riceverà anche un flusso di fotoni dal cielo (sky glow) ed anche un flusso di elettroni dagli effetti termici. Quindi, possiamo scrivere un'equazione come questa

$$n_e = t(Qr_{p,target} + Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})$$

Vale a dire che il numero di elettroni raccolti da un pixel in un'esposizione è dato:

- 1) dalla lunghezza dell'esposizione (t) moltiplicata per la Somma
  - a. del flusso di fotoni dall'oggetto celeste ( $r_{p,target}$ ) per il Q (efficienza quantica) del sensore
  - b. del flusso di fotoni dal cielo ( $r_{p,sky}$ ) per il Q del sensore
  - c. del flusso di elettroni da sorgenti termiche ( $r_{e,thermal}$ )

Utilizzando i nostri valori di esempio precedenti:

$$t = 60s$$

$$r_{p,target} = 10 \text{ e/s}$$

$$Q = 50\%$$

$$r_{p,sky} = 5 \text{ e/s}$$

$$r_{e,thermal} = 1 \text{ e/s}$$

$$e_{tot} = 60(0.5 \cdot 10 + 0.5 \cdot 5 + 1) = 510$$

possiamo calcolare un numero totale di elettroni raccolti in un'esposizione di 60s, incluso l'effetto dell'inquinamento luminoso e dello sfondo termico, **pari a 510**. Ricordiamoci che il numero di elettroni provenienti dal nostro oggetto celeste era 300, quindi abbiamo aggiunto un livello di fondo di 210 elettroni extra a questo pixel, che si rifletterà in valori di lettura ADU più elevati.

Se l'unica cosa che lo sfondo del cielo e lo sfondo termico facessero fosse aggiungere un offset costante a tutti i pixel nell'immagine, non ci preoccuperebbero molto: potremmo semplicemente sottrarre i "fotogrammi scuri" (dark frame) e risolvere completamente il problema durante l'elaborazione. Sfortunatamente non funziona così.

Ora stiamo raccogliendo 510 elettroni nel nostro pixel invece di 300, quindi dobbiamo rivedere i nostri calcoli dello shot noise. Per 300 elettroni, la nostra deviazione standard dello shot noise era di circa 17 elettroni, o circa il 5,5% del segnale. Ora abbiamo 510 elettroni, lo shot noise aumenta fino a quasi 23 elettroni, ovvero circa il 7,7% del segnale originale di 300 elettroni proveniente dal nostro obiettivo.

In questa parte abbiamo imparato come lo sfondo dell'inquinamento luminoso e delle sorgenti termiche non solo aggiunge un livello di luminosità costante alle nostre immagini, ma aumenta anche i livelli di rumore rendendo difficile vedere i dettagli fini. Abbiamo anche visto che quando pensiamo dal punto di vista degli elettroni rilevati non ci interessa davvero se lo sfondo sia dovuto al calore o all'inquinamento luminoso: entrambi hanno lo stesso effetto.



## Parte 4 Rumore di lettura (Read Noise)

Una volta completata l'esposizione, la camera misura la tensione per ogni pixel utilizzando un ADC (convertitore da analogico a digitale). Nelle camere CMOS c'è un ADC su ogni pixel, quindi la lettura è molto rapida, mentre nelle camere CCD la carica viene spostata attraverso le file di pixel della camera a un singolo ADC, portando a tempi di lettura più lunghi. In qualunque modo avvenga la lettura, sfortunatamente non è accurata al 100%: questa imprecisione viene definita rumore di lettura (read noise).

Rumore di Lettura significa che il valore digitale che otteniamo da un pixel non è esattamente uguale al numero di elettroni che sono stati raccolti da quel pixel e che il valore varierà anche tra pixel che hanno raccolto esattamente lo stesso numero di elettroni. Il rumore di lettura di una camera viene solitamente misurato in termini di deviazione standard dei valori ADU dell'immagine finale riconvertiti dalle misurazioni ADU in elettroni, ovvero una camera potrebbe avere un rumore di lettura di 3e o 8e.

Le moderne camere CMOS possono avere valori di rumore fino a 1e, sebbene 2e-3e siano più tipici. Le fotocamere CMOS più vecchie possono avere valori di rumore fino a 7-8e. Quasi tutte le camere CMOS hanno un controllo del guadagno che può essere regolato (il guadagno funge da pre-moltiplicatore per la tensione dei pixel prima che venga passato all'ADC, in modo che quando il guadagno aumenta si ottiene un incremento maggiore in ADU per un singolo elettrone extra). Di solito le camere CMOS mostrano un rumore di lettura più piccolo all'aumentare del guadagno, sebbene il calo del rumore di lettura di solito si attenui rapidamente. Le camere CMOS in genere hanno un rumore di lettura effettivo molto ampio in modalità a 8 bit - questo perché potrebbero essere necessari 50 o 100 o anche più elettroni in più per passare al livello ADU a 8 bit successivo.

Le camere CCD di solito non hanno un guadagno variabile e tendono a mostrare rumori di lettura più elevati nella gamma da 7e a 10e.

I livelli di rumore di lettura di solito non sono influenzati da nient'altro che dalle modifiche al guadagno della camera. La temperatura, la durata dell'esposizione e altre regolazioni non hanno un effetto significativo su di loro.

## Parte 5 – Sommiamo il rumore

È qui che inizia a diventare interessante. Torniamo a un esempio che abbiamo visto prima: la nostra esposizione di 60s con sfondo del cielo e sfondo termico (vedi parte 3) e aggiungere l'effetto del rumore di lettura. Abbiamo calcolato un totale di 510 elettroni accumulati durante l'esposizione di 60s, dando un livello di shot noise di  $\sqrt{510} = \text{circa } 22,6e$ .

Supponiamo inoltre di utilizzare una moderna camera CMOS con un rumore di lettura di 2.5e. Come vengono combinati questi due livelli di rumore per calcolare il livello di rumore finale del pixel?

Potresti essere tentato di aggiungere semplicemente i due valori di rumore per ottenere 25.1e, ma questo non è l'approccio giusto (e se lo fosse, saremmo giunti ad alcune conclusioni molto diverse su come scattare foto del cielo profondo alla fine di questa serie di post ...).

Risulta che il modo giusto per aggiungere due o più sorgenti di rumore è il seguente

$$N_{tot} = \sqrt{(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + \dots)}$$

Cioè, ogni singola fonte di rumore viene quadrata, i rumori quadrati vengono sommati e quindi la radice quadrata di quella somma dà il rumore totale. Questo si chiama "aggiunta in quadratura" e in senso stretto dobbiamo essere sicuri che le diverse sorgenti di rumore siano **statisticamente indipendenti** l'una dall'altra prima di utilizzare questo approccio.

Vediamo quale rumore totale otteniamo aggiungendo le nostre due sorgenti di rumore (2.5e e 22.6e) in quadratura

$$\sqrt{22.6^2 + 2.5^2} = \sqrt{510 + 6.25} = \sqrt{516.25} = 22.7$$

Ok, questo potrebbe essere un risultato sorprendente per alcuni di voi: abbiamo aggiunto un rumore extra di 2.5e al nostro rumore di ripresa da 22.6e e il totale era 22.7e, **quasi nessun cambiamento**. Questo effetto - il fatto che quando si aggiungono sorgenti di rumore la sorgente più piccola contribuisce molto poco al rumore totale - è la chiave per poter scegliere una buona lunghezza di esposizione per l'astrofotografia del cielo profondo, ma non siamo ancora pronti per l'uso ancora.

Prima di andare avanti, rifacciamo i calcoli per un altro paio di casi. In primo luogo, in base allo stesso livello di rumore di ripresa (ovvero luminosità target, sfondo del cielo e sfondo termico), ma per una camera CCD con un rumore di lettura di 8e. In questo caso, il rumore totale sarà

$$\sqrt{22.6^2 + 8^2} = \sqrt{510 + 64} = \sqrt{576} = 24.0$$

In questo caso puoi vedere che il rumore di lettura della camera ha almeno avuto un effetto apprezzabile sul rumore totale, portandolo circa il 6% al di sopra del livello di rumore dello scatto.

Per il nostro ultimo esempio, continueremo a utilizzare la nostra camera CCD con rumore di lettura 8e, ma passeremo a un'esposizione di 6 secondi, che ridurrà il numero di elettroni raccolti da 510 a circa 51, portando a uno shot noise di circa 7.1e.

$$\sqrt{7.1^2 + 8^2} = \sqrt{51 + 64} = \sqrt{115} = 10.7$$

La conclusione che dobbiamo trarre da questa sezione è che quando il rumore di lettura (read noise) è molto inferiore al rumore di ripresa (shot noise), il rumore di lettura non ha praticamente alcun effetto sul rumore totale, che sarà molto vicino al valore di rumore di ripresa. Questo perché il rumore deve essere aggiunto in quadratura.

## Parte 6 - Mettiamo tutto insieme

Armati della nostra nuova conoscenza su come calcolare il rumore dell'immagine, torniamo indietro per cercare di trovare la risposta alla nostra domanda originale della parte 1: qual è la migliore lunghezza di sottoesposizione da utilizzare durante l'imaging in condizioni particolari. Sfortunatamente questa parte sarà piuttosto pesante dal punto di vista matematico - se vuoi, puoi fidarti e saltare alle conclusioni nella parte 7.

Dobbiamo definire il problema in modo più approfondito come segue:

Supponiamo di utilizzare una camera con efficienza quantica  $Q$  e un rumore di lettura (read noise) pari a  $\sigma_r$  elettroni che ha un thermal noise  $r_{e,thermal}$  (rumore termico) pari a un flusso di elettroni termici per pixel al secondo (e/pix/s).

Supponiamo inoltre che il livello di inquinamento luminoso apporti  $r_{p,sky}$  fotoni per pixel al secondo.

Intendiamo creare immagini per un tempo totale di  $T$  secondi e divideremo quel tempo in  $n$  sottoesposizioni separate ciascuna di durata pari a  $t$  secondi, quindi  $T = t n$ .

Quello che dobbiamo fare ora è calcolare il livello di rumore totale della "somma" finale di  $n$  immagini che avremo alla fine della nostra sessione di imaging. **Più basso sarà il livello di rumore totale di quell'immagine finale (stacked), migliore sarà la nostra immagine finale e più deboli saranno i dettagli che saremo in grado di vedere.** Infatti calcoleremo il rumore delle parti più scure dell'immagine dove l'unico segnale proviene dallo sfondo termico e dallo sfondo del cielo - questo sarà il rumore più basso di qualsiasi parte dell'immagine poiché le parti più luminose avranno un conteggio di elettroni più alto e quindi più rumore dello scatto.

Per iniziare, calcoliamo il rumore di una singola sottoesposizione. Dalla parte 3, abbiamo

$$n_e = t(Qr_{p,target} + Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})$$

ma, in questo caso, stiamo considerando una parte scura dell'immagine, quindi non ci sono fotoni dall'oggetto celeste. Quindi, usando il fatto che la deviazione standard dello shot noise è la radice quadrata del numero di elettroni, abbiamo

$$\text{shot noise} = \sigma_e = \sqrt{t(Qr_{p,sky} + r_{e,thermal})}$$

Abbiamo assunto di aver misurato il rumore di lettura del sensore come  $\sigma_r$ , quindi possiamo usare la regola dell'aggiunta in quadratura per ottenere il rumore totale per il frame

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_e^2}$$

A questo punto assumeremo (soggetto a ulteriori discussioni in seguito) che il rumore termico sia molto più piccolo del rumore del cielo, quindi per ora possiamo ignorare il rumore termico.

Sostituendo (eliminando  $r_{e,thermal}$ ) nel nostro calcolo dello shot noise, abbiamo.

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + (\sqrt{tQr_{p,sky}})^2}$$

Ora, ovviamente, stiamo prendendo la radice quadrata del conteggio degli elettroni dal rumore del cielo e quindi immediatamente quadrandola di nuovo, il che significa che possiamo semplificare il valore del rumore del fotogramma per

$$\sigma_{frame} = \sqrt{\sigma_r^2 + tQr_{p,sky}}$$

Uff... (tiriamo un sospiro) - ora abbiamo un valore per il rumore in un singolo frame, vediamo come possiamo passare al rumore nel nostro stack finale di n frame.

Creeremo la nostra immagine finale aggiungendo tutti i subframe. Questo ci dà un indizio su come calcolare il rumore - sappiamo già come combinare insieme le figure di rumore in questo tipo di casi - le aggiungiamo in quadratura. Questo ci darà il valore di rumore per il nostro frame finale pari a:

$$\sigma_{stack} = \sqrt{\sigma_{frame}^2 + \sigma_{frame}^2 + \dots}$$

Il numero totale di frame che stiamo aggiungendo all'interno della radice quadrata sarà uguale a n, il numero di sub-frame, quindi

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_{frame}^2} = \sqrt{n(\sigma_r^2 + tQr_{p,sky})}$$

Ricordando che il numero di sottoesposizioni moltiplicato per la durata della sottoesposizione dà il tempo totale T, finalmente abbiamo

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}}$$

Nella prossima sezione vedremo finalmente cosa ci dice questa equazione sulla scelta della nostra lunghezza di sottoesposizione.

## Parte 7 - Cosa significa tutto questo?

Quindi, nell'ultima parte, abbiamo finalmente ricavato una formula che ci ha dato la quantità totale di rumore in una pila di immagini

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + T Q r_{p,sky}}$$

Ricordiamoci le variabili in questa equazione:

T= il tempo totale per cui intendiamo creare immagini (che dedicheremo ad acquisire immagini)

N=il numero di sottoesposizioni che intendiamo prendere nel nostro tempo totale di imaging

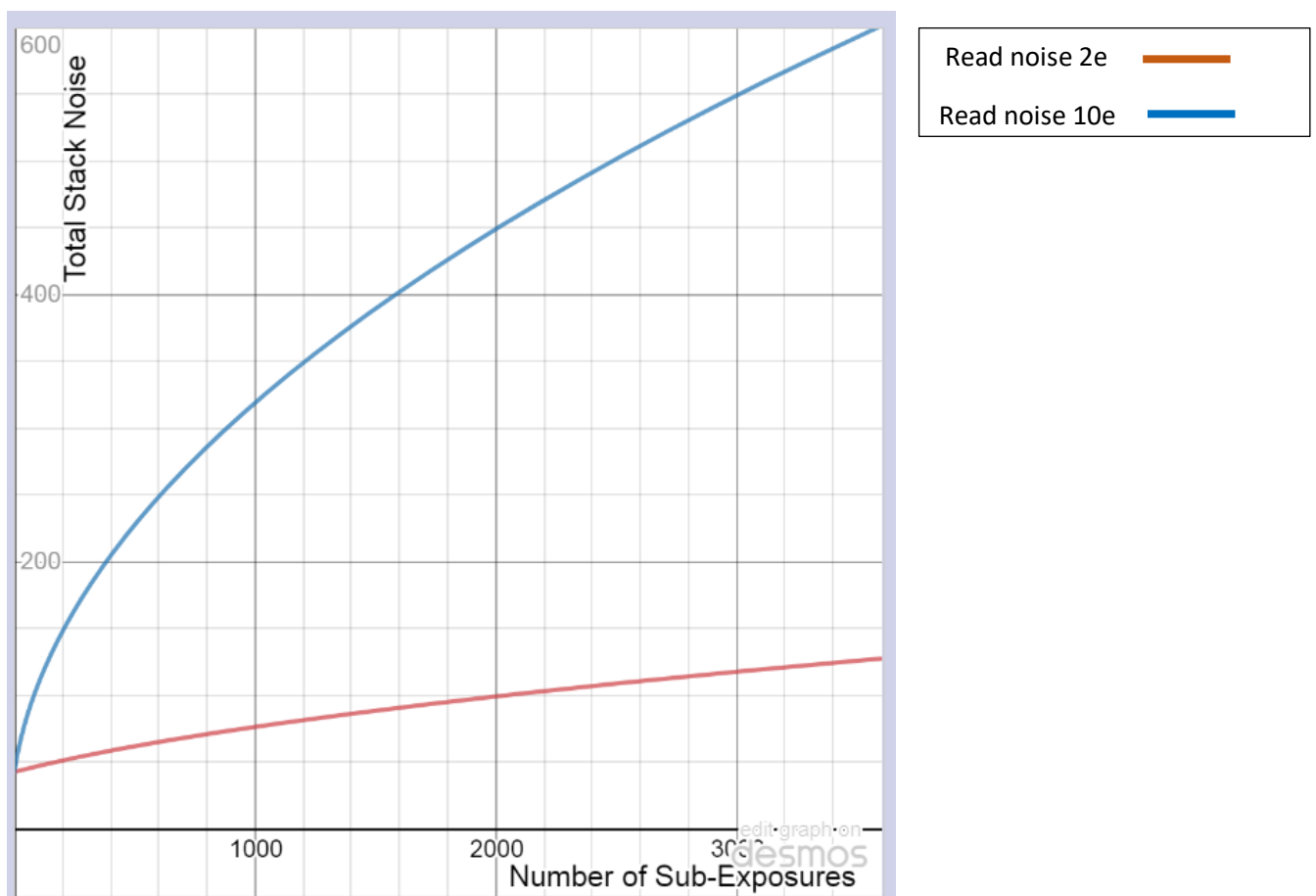
$\sigma_r$  =il rumore di lettura della camera - tipicamente tra 2 e 10 elettroni

Q =l'efficienza quantica della camera - in genere circa il 50% (ovvero 0,5) e 80% (0,8)

$r_{p,sky}$  = il flusso dei fotoni dal fondo del cielo (inquinamento luminoso) in fotoni per pixel al secondo

Abbiamo due termini all'interno del segno della radice quadrata in questa equazione. Il primo,  $n \sigma_r^2$ , rappresenta il contributo del rumore di lettura (read noise) al rumore finale dello stack mentre il secondo,  $T Q r_{p,sky}$  rappresenta il contributo del rumore dello scatto (shot noise) al rumore dello stack finale. Vale anche la pena notare che il secondo termine all'interno della radice quadrata –  $T Q r_{p,sky}$  - è in realtà uguale al numero di elettroni rilevati per pixel durante l'intero tempo T della sessione di imaging. Questo numero sarà tipicamente compreso tra 100 o 1000.

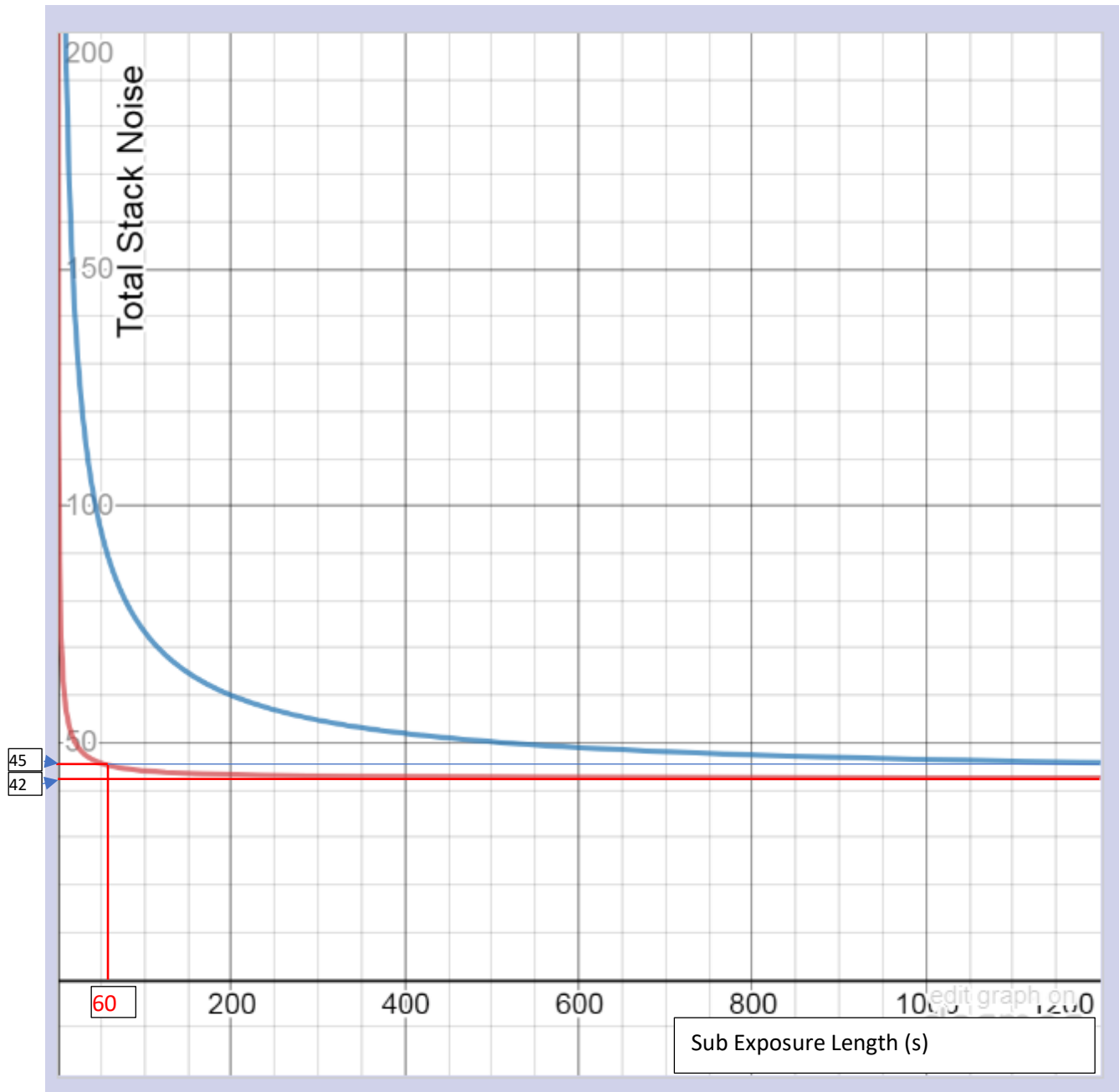
Diamo un'occhiata a che tipo di valori ci fornisce questa equazione.



Questo grafico mostra come varia il rumore totale dello stack totale con il numero di sottoesposizioni. Per questo ho preso un tempo di imaging totale di 1 ora (3600 secondi), un  $Q_E$  del sensore del 50% e un flusso di fotoni dal cielo inquinato di 1 fotone per pixel al secondo. La linea rossa mostra la curva per un sensore con rumore di lettura di  $2e$  e la linea blu mostra la curva per un rumore di lettura di  $10e$ .

Entrambi si incontrano nel punto in cui prendiamo solo 1 sottoesposizione della durata di 3600s (dove il rumore di lettura è sostanzialmente trascurabile in entrambi i casi). Da questo è chiaro quanto il rumore di lettura più elevato influisca sulla qualità dell'immagine quando utilizziamo sottoesposizioni più brevi.

Se ridisegniamo il grafico in modo che mostri gli stessi dati ma in termini di tempo di sottoesposizione sull'asse x invece del conteggio di sub-frame, è molto più sorprendente



Questo grafico ci dice che (leggere il valore finale relativo al lato destro) possiamo raggiungere un rumore di stack totale di circa 42 prendendo una singola esposizione di un'ora. La nostra camera con rumore di lettura  $2e$  può raggiungere un rumore di stack di circa 45 a sottoesposizioni di 60 secondi, ma la camera con rumore di lettura  $10e$  ha circa il doppio del rumore totale a quella lunghezza di sottoesposizione e può scendere a un rumore di stack di 45 se la durata della sottoesposizione raggiunge 1200s (20 minuti) o più.

Quest'ultimo grafico mostra una cosa molto interessante: **il tempo di sottoesposizione necessario per l'imaging del cielo profondo dipende molto dal rumore di lettura (read noise) della camera**. Le camere con rumore di lettura elevato richiedono assolutamente esposizioni molto lunghe.

**Le camere a basso rumore di lettura possono ottenere gli stessi risultati "sommando" (impilando) più fotogrammi, ma molto più corti.**

Ok, quindi ora abbiamo uno schema della risposta alla nostra domanda: **la prossima volta faremo un po' più di matematica e caloleremo alcuni numeri effettivi per impostare i tempi di esposizione ottimali.**

## Parte 8 - Finalmente alcuni risultati!

Se guardiamo il secondo grafico nella parte 7, possiamo vedere tre sezioni principali delle curve

- 1) Zona delle esposizioni molto brevi in cui il livello di rumore aumenta molto rapidamente man mano che i tempi di sottoesposizione si accorciano
- 2) Zona Lontana sul lato destro dove le sottoesposizioni diventano lunghe - qui il rumore non cambia molto,
- 3) Zona centrale dove il grafico curva

Pensiamo alla nostra equazione per il rumore dello stack -

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}}$$

e come si applica in ciascuna di queste tre aree.

Nell'area 1) dove le sottoesposizioni sono molto brevi,  $n$  è molto grande, il che significa che il primo termine nella radice quadrata è molto più grande del secondo. In questo caso abbiamo

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{n \cdot \sigma_r^2} = \sqrt{\frac{T}{t} \cdot \sigma_r^2}$$

Quindi vediamo che il rumore dello stack aumenta rapidamente essendo proporzionale alla radice quadrata del numero di sottoesposizioni in quest'area.

Nell'area 2 dove le sottoesposizioni sono lunghe,  $n$  è molto piccolo, il che significa che possiamo iniziare a ignorare il primo termine all'interno della radice quadrata poiché sarà molto più piccolo del secondo termine. Se il primo termine è molto più piccolo del secondo termine, abbiamo

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

il che ci sta dicendo che quando arriviamo al punto in cui il primo termine può essere ignorato, il rumore dello stack non dipende più dal numero di sottoesposizioni (o dalla lunghezza della sottoesposizione). (vedi nota 1)

**Questo è un risultato chiave:** ci dice che **c'è un punto in cui eseguire le sottoesposizioni non ha più alcun effetto sul miglioramento della qualità dell'immagine**. Se hai già superato quel punto ottimale, passare da una sottoesposizione di 5 minuti a una sottoesposizione di 10 o anche 20 minuti non migliorerà affatto la qualità della tua immagine impilata finale. In effetti probabilmente potrebbe peggiorare le cose in quanto rischi errori di guida e di tracciamento e perdi anche la gamma dinamica (molte più pixel saturi).

L'ultima domanda a cui rispondere è: **qual è la lunghezza di esposizione magica che dobbiamo usare per ottenere buoni risultati nello stack finale senza entrare nella zona in cui esposizioni più lunghe non ci danno praticamente alcun miglioramento?**

Possiamo vedere dai grafici sopra che c'è sempre un leggero miglioramento extra nel rumore dello stack passando a sottoesposizioni più lunghe, ma che il miglioramento diventa rapidamente molto, molto lento (specialmente con camere a basso rumore di lettura!). Per ottenere un numero, dobbiamo decidere quanto rumore extra siamo disposti a tollerare, oltre al minimo rumore possibile che otterremmo con sottoesposizioni molto lunghe).

Il minimo rumore possibile, senza alcun contributo dal rumore di lettura, è

$$\sigma_{stack,min} = \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

Se siamo pronti ad accettare (diciamo) un valore di rumore dello stack superiore del 5%, abbiamo

$$\sigma_{stack} = \sqrt{n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky}} = 1.05\sigma_{stack,min} = 1.05\sqrt{TQr_{p,sky}}$$

Elevando al quadrato entrambi i lati, abbiamo

$$n \cdot \sigma_r^2 + TQr_{p,sky} = 1.05^2 TQr_{p,sky}$$

così

$$n \cdot \sigma_r^2 = (1.05^2 - 1)TQr_{p,sky}$$



Ora, ciò che ci interessa veramente è il tempo di esposizione della singola sub esposizione  $t = T / n$ , quindi possiamo riorganizzare e finalmente ottenere

$$t = \frac{T}{n} = \frac{1}{(1.05^2 - 1)} \frac{\sigma_r^2}{Qr_{p,sky}}$$

Diamo un'occhiata a quell'equazione e vediamo cosa possiamo imparare da essa ...

- 1) **Il tempo di sottoesposizione ottimale è proporzionale al rumore di lettura (read noise) al quadrato!**

Ciò significa che una camera con rumore di lettura 10 deve utilizzare esposizioni 25 volte più lunghe di una camera con rumore di lettura 2 per ottenere lo stesso livello di rumore dello stack.

Questo spiega in un colpo solo perché le sottoesposizioni estremamente lunghe sono diventate comuni nell'imaging del cielo profondo: è perché le camere CCD ad alto rumore di lettura ne hanno bisogno! Rende anche chiaro che **se hai una camera con un basso rumore di lettura e usi quelle esposizioni molto lunghe, stai comunque pagando il prezzo per un problema che non devi risolvere!**

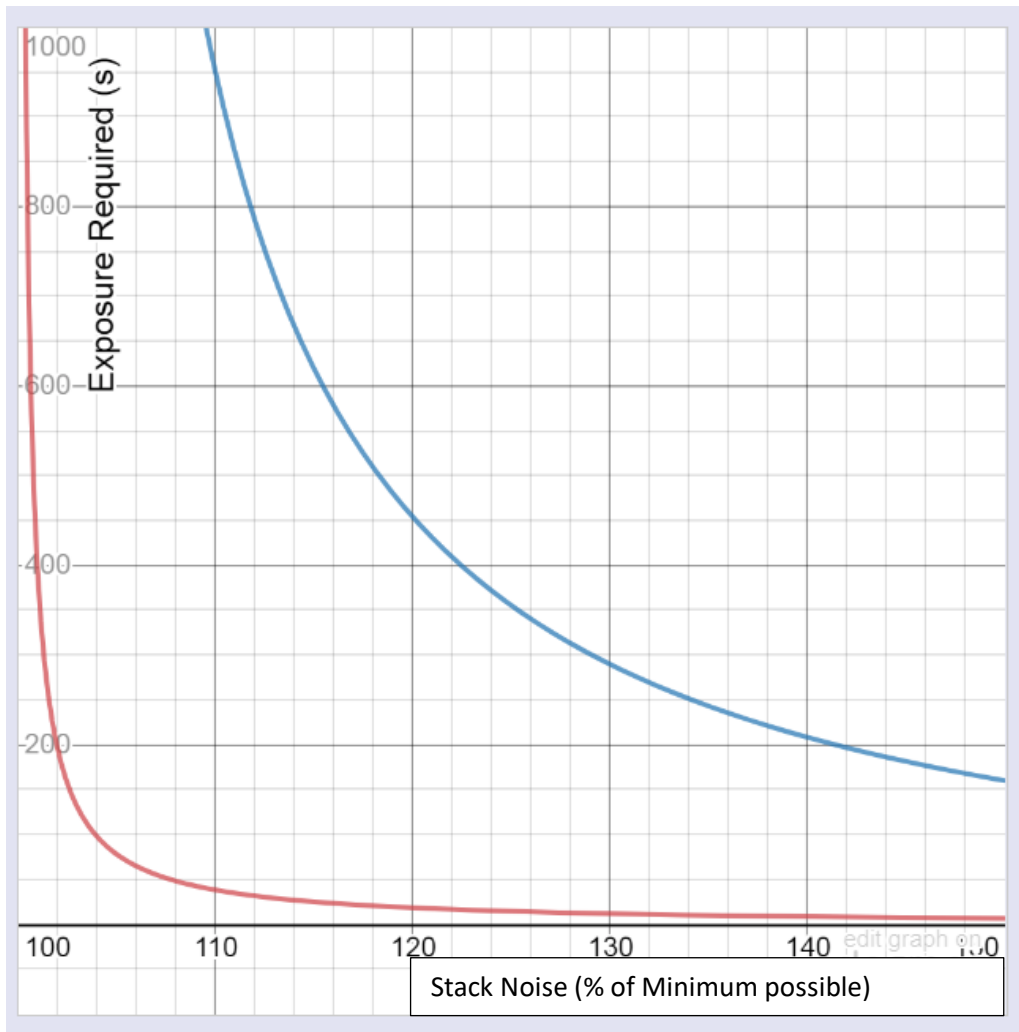
- 2) C'è un fattore all'inizio della formula che dipende dalla quantità di rumore extra che eravamo disposti ad accettare.

Per il nostro valore del 5% il fattore  $\frac{1}{(1.05^2 - 1)}$  risulta essere circa 9,75. Se fossimo pronti ad accettare il 10% di rumore in più, allora è 4.76. Se invece fossimo pignoli e volessimo aggiungere solo l'1% di rumore in più, allora sarebbe 49,75. Ricorda che passare dal 5% di rumore extra all'1% non riduce il rumore di un fattore cinque, ma lo riduce da 105 a 101. **Ne vale la pena per il prezzo di una sottoesposizione cinque volte più lunga? Probabilmente no!**

- 3) **L'esposizione ottimale è inversamente proporzionale sia al  $Q_E$  della camera che alla luminosità dello sfondo del cielo (inquinamento luminoso).**

Un inquinamento luminoso peggiore significa sottoesposizioni più brevi. Lo sappiamo istintivamente perché se prendi esposizioni molto lunghe con un cattivo inquinamento luminoso, i tuoi subframes si trasformano in un mare di bianco: devi mantenere il livello dell'istogramma a un punto ragionevole limitando la lunghezza dell'esposizione.

Un ultimo grafico: mostra il risultato della nostra equazione per la camera con rumore di lettura 2e (rossa) e la camera 10e (blu). Qui stiamo esaminando sull'asse X il livello di rumore totale consentito (in%, con il rumore minimo ottenibile pari al 100%) e le lunghezze di sottoesposizione necessarie per soddisfare quel livello di rumore sull'asse verticale.



**Ancora una volta, è sorprendente l'effetto che i diversi valori di rumore di lettura hanno sui tempi di esposizione!**

Per finire, inseriamo alcuni numeri nella nostra equazione per calcolare i tempi di esposizione ottimali per le nostre due fotocamere per le quali abbiamo disegnato i grafici in precedenza. Utilizzando lo stesso QE del 50% e un flusso dal cielo inquinato di 1 fotone per pixel al secondo e accettando un aumento del 5% dal livello di rumore minimo, si ottengono le seguenti esposizioni:

$$\text{Camera con read noise di } 2e: t=1/(1.05^2-1) \times (2)^2/(0.5 \cdot 1) = 78s$$

$$\text{Camera con read noise di } 10e: t=1/(1.05^2-1) \times (10)^2/(0.5 \cdot 1) = 1951s \text{ (32 minuti!)}$$

Di seguito alcuni calcoli variando il rumore aggiuntivo accettato dal 5% al 10% oppure l'inquinamento luminoso da 1 a 2 fotoni oppure variando l'efficienza quantica del sensore dal 50% al 80%

rumore aggiuntivo accettato (%)	read noise (e)	Q(%)	$r_{p,sky}$ (fotoni)		1°termine	Risultato t (s)
0.05	2	0.5	1		9.76	78
0.05	10	0.5	1		9.76	1951

rumore aggiuntivo accettato (%)	read noise (e)	Q(%)	$r_{p,sky}$ (fotoni)		1°termine	Risultato t (s)
0.10	2	0.5	1		4.76	38
0.10	10	0.5	1		4.76	952

rumore aggiuntivo accettato (%)	read noise (e)	Q(%)	$r_{p,sky}$ (fotoni)		1°termine	Risultato t (s)
0.05	2	0.8	1		9.76	49
0.05	10	0.8	1		9.76	1220

rumore aggiuntivo accettato (%)	read noise (e)	Q(%)	$r_{p,sky}$ (fotoni)		1°termine	Risultato t (s)
0.05	2	0.5	2		9.76	39
0.05	10	0.5	2		9.76	976

rumore aggiuntivo accettato (%)	read noise (e)	Q(%)	$r_{p,sky}$ (fotoni)		1°termine	Risultato t (s)
0.05	2	0.8	2		9.76	24
0.05	10	0.8	2		9.76	610

Ovviamente, se non hai voglia di fare questi calcoli al buio e al freddo ogni volta che osservi, controlla la funzionalità Smart Histogram in SharpCap

La finestra Smart Histogram 'Brain' eseguirà automaticamente questi (e altri) calcoli per te e suggerisce i valori di guadagno (gain) ed esposizione ottimali per le tue condizioni di osservazione!

Nota 1: se sei attento potresti aver notato che l'equazione

$$\sigma_{stack} \approx \sqrt{TQr_{p,sky}}$$

fornisce un rumore di stack totale che è proporzionale alla radice quadrata del tempo di osservazione totale T. Ciò significa che il rumore aumenta all'aumentare del tempo di esposizione totale, il che sembra sbagliato! Tuttavia, ricorda che il segnale che vogliamo vedere - la galassia o la nebulosa - avrà una intensità proporzionale al tempo totale di osservazione T stesso (non la sua radice quadrata), quindi il segnale salirà ancora più velocemente. Infatti, il rapporto segnale-rumore, che è il fattore chiave per determinare se qualcosa è visibile o meno, risulterà essere proporzionale alla radice quadrata di T, quindi aumenterà all'aumentare del tempo di osservazione totale, che è ciò che ci aspetteremmo.